

UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI PISA  
FACOLTÀ DI SCIENZE MATEMATICHE FISICHE E NATURALI



**Corso di Laurea Specialistica in  
Geofisica di Esplorazione ed Applicata**

Anno Accademico 2009/2010

Candidato: **Zupo Maria**  
Laurea Triennale: **Scienze Geologiche**

Titolo della tesi

Sviluppo di un Codice alle Differenze Finite su Griglia Non-Uniforme  
per la simulazione di Onde P-SV

Relatore: **Saccorotti Gilberto**  
Correlatore: **Mazzotti Alfredo**

Controrelatore: **Giammanco Francesco**

Riassunto

L'analisi quantitativa della forma d'onda completa di sismogrammi associati a sorgenti artificiali o naturali richiede l'utilizzo di tecniche di modellizzazione numerica in grado di riprodurre la propagazione dell'energia elastica in mezzi eterogenei e con topografie non piane.

Fra i vari metodi sinora proposti, quello alle differenze finite (DF) è particolarmente versatile e di semplice implementazione. Assegnate opportune condizioni al contorno, tale metodo consiste nella soluzione dell'equazione del moto discretizzata secondo una griglia di calcolo, le cui dimensioni e spaziatura devono rispettare precise condizioni di stabilità.

Ciò implica che, per mezzi eterogenei e/o a topografia non piana, porzioni significative del dominio di calcolo possono essere sovra-campionate, sia in senso spaziale che temporale, comportando quindi un utilizzo non ottimale delle risorse computazionali.

Pertanto, al fine di ottimizzare l'impiego di memoria e velocizzare il calcolo, è possibile utilizzare maglie computazionali la cui densità è localmente adattata alla struttura di velocità, seguendo le condizioni di stabilità dettate dallo schema alle DF prescelto.

In questo lavoro di tesi viene proposto un codice alle DF per la simulazione numerica della propagazione di onde elastiche, basato su griglie spaziali a densità variabile. In particolare, le griglie utilizzate dal codice qui presentato hanno passi di campionamento spaziale variabile, mantenendo tuttavia continuità all'interno di tutto il modello (griglie *non-uniformi*). Rispetto ad altre implementazioni di reticoli irregolari, quella non-uniforme presenta la maggior efficienza computazionale, soprattutto per lo studio di strutture a grande scala.

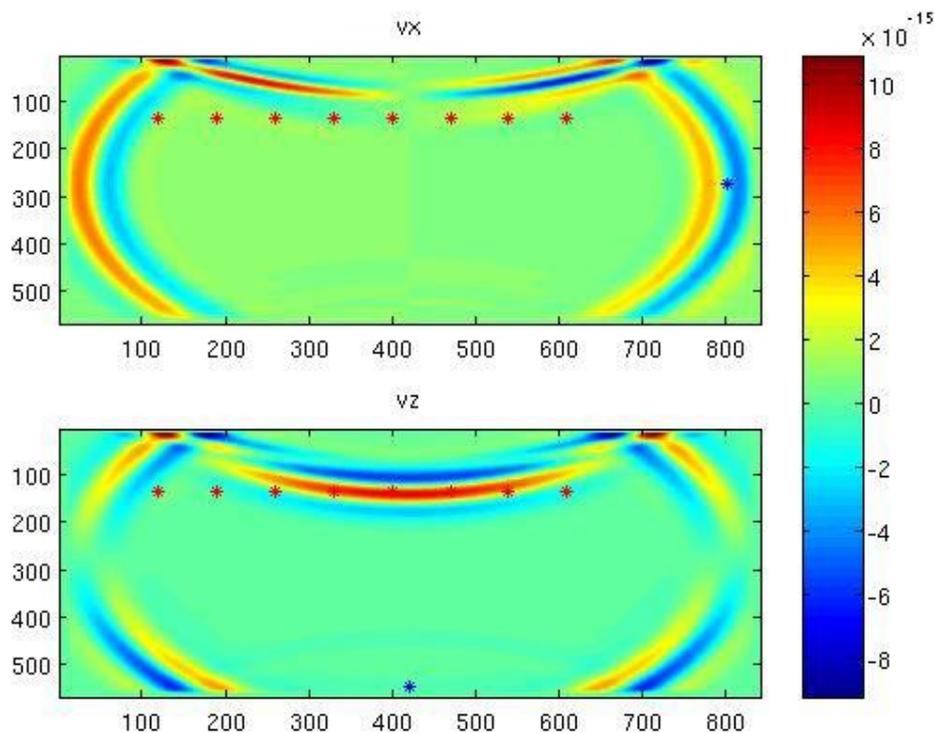
L'algoritmo sviluppato ha uno schema esplicito: ad ogni istante di tempo, i campi di velocità e sforzo sono ottenuti a ciascun nodo di una maglia di calcolo di tipo *staggered*, utilizzando i valori assunti al tempo precedente ed i parametri elastici del mezzo.

Il codice consente la scelta di:

- (i) Ordine di approssimazione nel calcolo delle DF (II o IV);
- (ii) Tipo di griglia (regolare o non-uniforme);
- (iii) Modello di velocità (omogeneo o eterogeneo);
- (iv) Storia temporale del sistema di forze agenti alla sorgente;
- (v) Tipologia della sorgente (esplosione, dipolo, forza singola);
- (vi) Implementazione della superficie libera con superficie topografica di arbitraria complessità.

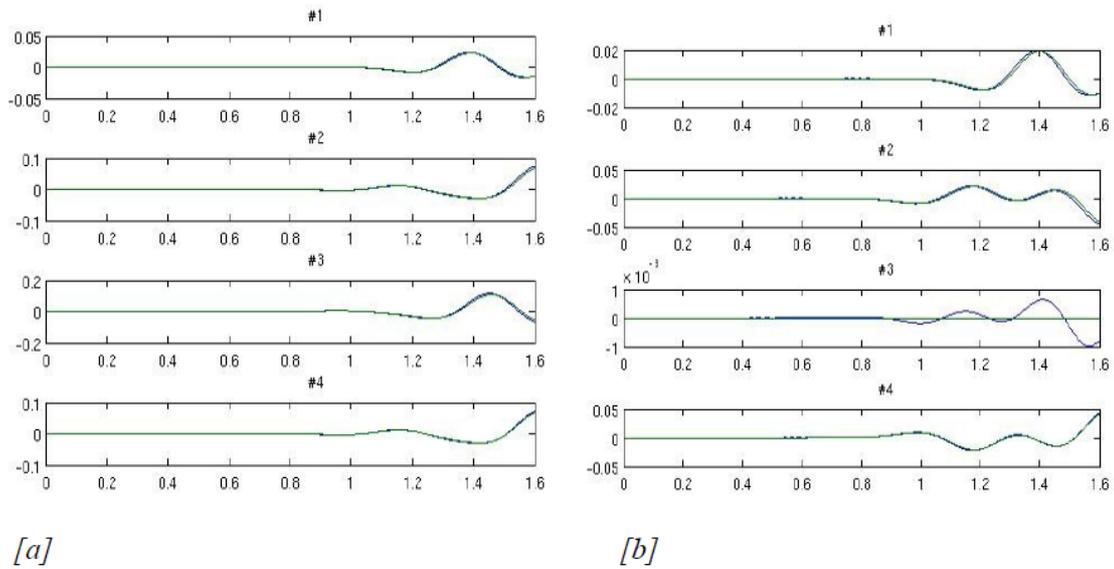
L'accuratezza del codice proposto è stata verificata mediante confronti con la soluzione analitica e con un codice di letteratura (FWM2DPSV<sup>(1)</sup>). Le varie verifiche hanno riguardato l'applicazione del codice secondo le diverse opzioni di calcolo offerte.

Le verifiche della griglia non-uniforme hanno prodotto buoni risultati nel confronto sia con la griglia regolare, che con la soluzione analitica.



**Fig. 1:** Snapshot per le componenti orizzontale (sopra) e verticale (in basso) della velocità, per un modello omogeneo a griglia regolare. La superficie libera è stata implementata con la tecnica Stress Imaging Technique secondo i nodi della staggered-grid dove sono definiti gli stress di taglio. Gli asterischi rossi rappresentano la posizione dei ricevitori. L'asterisco blu rappresenta la posizione teorica del fronte d'onda al medesimo istante.

(1) S. Operto, R. Brossier, and J. Virieux. Documentaion of FWM2DPSV program: 2D P-SV finite-difference timedomain modelling of elastic wave propagation. **SEISCOPE Consortium**, August 2007



**Fig. 2:** Confronto fra la soluzione DF al IV ordine di approssimazione su maglia non-uniforme con la soluzione analitica. I sismogrammi rappresentano la componente orizzontale [a] e verticale [b] della velocità del suolo. In blu il segnale prodotto alle DF, in verde la soluzione analitica. La sorgente utilizzata è una forza singola orizzontale. Il ricevitore #3 ha la stessa coordinata orizzontale della sorgente. La differenza fra le due soluzioni per la componente verticale di tale ricevitore è dovuta al fatto che nella soluzione numerica, la forza sorgente non è applicata ad un singolo punto, ma distribuita su più nodi adiacenti secondo un operatore di smussamento di tipo Gaussiano.