

UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI PISA
FACOLTÀ DI SCIENZE MATEMATICHE FISICHE E NATURALI



**Corso di Laurea Specialistica in
Geofisica di Esplorazione ed Applicata**

Anno Accademico 2007/2008

Candidato: **Lugano Diletta**
Laurea Triennale: **Ingegneria delle telecomunicazioni - Politecnico di Milano**

Titolo della tesi

Trasformata bidimensionale di Fourier con passo di
campionamento spaziale irregolare

Relatore: **Mazzotti Alfredo**
Correlatore: **Stucchi Eusebio**

Controrelatore: **Francesco Giammanco**

Riassunto

I segnali sismici, a causa di frequenti ostacoli da evitare, morfologia complessa o per malfunzionamento dell'attrezzatura utilizzata durante l'acquisizione, sono spesso campionati irregolarmente lungo le coordinate spaziali; questo produce difficoltà durante l'elaborazione, soprattutto nel dominio delle frequenze, portando quindi a risultati non ottimali durante la ricostruzione del segnale.

Il problema, spesso, viene affrontato con algoritmi di interpolazione nel dominio dello spazio, mentre qui verrà presentata una soluzione alternativa che opera nel dominio delle frequenze.

Il nostro obiettivo è quello di ottenere una stima ottima dello spettro $f-k$, dal quale sia possibile ricostruire il segnale su una griglia regolare. A tal fine risulta conveniente utilizzare un approccio di inversione probabilistica (Tarantola, Inverse Problem Theory, 2005).

Se i dati sismici in questione sono limitati in banda, ne consegue che sia possibile una loro rappresentazione tramite un campionamento regolare nel dominio delle frequenze spaziali; in questo modo è possibile definire errore del modello quelle componenti al di fuori della banda considerata. A valle di queste assunzioni, per stimare lo spettro bidimensionale del segnale, abbiamo utilizzato la teoria sui problemi inversi, in cui, partendo dal dato campionato irregolarmente nello spazio, abbiamo considerato come informazioni a priori la trasformata discreta di Fourier non uniforme (NDFT o Sommatoria di Reimann), ossia la classica DFT (Discrete Fourier Transform) calcolata nelle reali posizioni dei campioni. Utilizzando un approccio di inversione probabilistica, l'informazione a priori (NDFT) e l'errore del modello sono descritte da delle funzioni di densità di probabilità Gaussiane, definite dalle rispettive medie e matrici di covarianza. Per semplicità abbiamo considerato le frequenze spaziali

dell'informazione a priori (NDFT) fra loro incorrelate, ottenendo così una matrice di covarianza diagonale. Per quanto riguarda la rappresentazione dell'errore, abbiamo assunto che avesse media zero. Per la costruzione della matrice di covarianza sono state utilizzate le uniche informazioni a nostra disposizione, ovvero le distanze tra i campioni (tracce), riuscendo così a dare pesi diversi ai campioni con spaziature elevate rispetto a quelli con spaziature minori. La stima dello spettro $f-k$ è stata effettuata minimizzando la funzione di scarto secondo il metodo dei minimi quadrati. In sostanza, attraverso questo particolare algoritmo, si cerca di migliorare lo spettro $f-k$, andando ad amplificare il segnale ed attenuando le componenti dello spettro contaminate dal rumore dovuto al campionamento irregolare. Questo procedimento non può essere sostituito da un semplice filtraggio bidimensionale della NDFT, poiché la contaminazione dovuta all'irregolarità del campionamento va a sovrapporsi anche al segnale utile, di conseguenza non verrebbe eliminata completamente e la ricostruzione nel dominio dello spazio risulterebbe inesatta. Il filtraggio bidimensionale è stato però utilizzato per migliorare l'informazione a priori, così da avere una migliore discriminazione tra le aree rumorose dello spettro e quelle contenenti segnale utile.

I risultati del nostro metodo sono stati messi a confronto con quelli ottenuti tramite il procedimento proposto da Duijndam (Geophysics, Reconstruction of band-limited signals, irregularly sampled along one spatial direction, 1999), il quale, invece, assume che non ci sia un modello a priori e, per stabilizzare l'algoritmo, inserisce una matrice diagonale calcolata sul rapporto tra segnale e rumore del dato analizzato.

La ricostruzione in dominio spazio-tempi a partire dallo spettro $f-k$ stimato viene eseguita attraverso una semplice trasformata inversa.

I diversi procedimenti utilizzati (Duijndam, informazione a priori filtrata e non) sono stati applicati sia a dati sintetici, in cui l'irregolarità del campionamento è stata data dall'eliminazione di gruppi di tracce via via sempre più ampi, sia su dati reali provenienti da rilievi sismici 2D e 3D a mare.

Le sperimentazioni sia sui dati sintetici che su quelli reali hanno mostrato un progressivo miglioramento dei risultati a partire dall'applicazione del metodo Duijndam, all'inserimento nella stima dell'informazione a priori non filtrata, e al successivo filtraggio della stessa. In particolare i test sui dati sintetici, costituiti da 83 tracce sismiche, hanno evidenziato che tramite il metodo di Duijndam è possibile ricostruire non più di 3-4 tracce vicine (ovvero un gap pari a 4-5 volte la spaziatura nominale tra le tracce), con il metodo che utilizza l'informazione a priori non più di 5-6 tracce e con il metodo che utilizza l'informazione a priori filtrata non più di 7-8 tracce. Analoghi risultati sono stati ottenuti sui dati reali, dove, ancora una volta, il metodo che utilizza la NDFT filtrata come informazione a priori, si è dimostrato il più efficace.

Ulteriori sviluppi di questo lavoro di tesi potrebbero derivare dal rilassare l'assunzione che le frequenze spaziali del dato siano incorrelate e quindi costruire opportune matrici di covarianza dell'informazione a priori.